ISTIL 2ème année, parcours MAM

Optimisation Continue — Année 2007/2008

Feuille 5

1. Écrire (en le justifiant) le système de Kuhn et Tucker pour

$$\operatorname{Inf}\Big\{ -\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i^4 - 1 \leqslant 0 \Big\} \qquad (\mathbf{P_1})$$

   Le résoudre, et résoudre $(\mathbf{P_1})$.

2. On considère la problème

$$\operatorname{Inf}\Big\{ \frac{1}{2}x^2 + bx \qquad x \in \mathbb{R} \quad x \leqslant 1 \quad -1 \leqslant x \Big\} \qquad (\mathbf{P_2})$$

   où $b \geqslant 0$ est donné.

   (a) Résoudre $(\mathbf{P_2})$ graphiquement (discuter par rapport à b).

   (b) Écrire, en le justifiant, le système de Kuhn et Tucker correspondant avec deux multiplicateurs λ_1 et λ_2. Ce système est-il une condition suffisante pour le problème $(\mathbf{P_2})$? Combien y a-t-il de de cas à considérer *a priori* à partir des relations $\lambda_i \varphi_i(u) = 0$, en éliminant les contraintes saturées incompatibles ?

   (c) Résoudre ce système ; en déduire la solution du problème $(\mathbf{P_2})$.

3. On considère le problème

$$\operatorname{Inf}\Big\{ \frac{1}{2}x^2 + y^2 + bx \qquad (x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad |x| \leqslant 1 \quad |y| \leqslant 1 \Big\} \qquad (\mathbf{P_3})$$

   (a) Écrire, en le justifiant, le système de Kuhn et Tucker correspondant avec quatre multiplicateurs $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ et λ_4. Ce système est-il une condition suffisante pour le problème $(\mathbf{P_3})$? Combien y a-t-il de de cas à considérer *a priori* à partir des relations $\lambda_i \varphi_i(u) = 0$, en éliminant les contraintes saturées incompatibles ?

   (b) Résoudre ce système ; en déduire la solution du problème $(\mathbf{P_3})$.