

PERSPECTIVE et GÉOMÉTRIE

Jean Vallès

peinture et mathématique

20 octobre 2010

Plan de l'exposé

- ① La perspective : définition et bref historique
- ② Avant la fenêtre Brunelleschi et le traité d'Alberti
- ③ Les traités théoriques
- ④ Les débuts : Brunelleschi, Masaccio, Donatello
- ⑤ L'apothéose
- ⑥ Les critiques, anamorphoses
- ⑦ Les autres perspectives
- ⑧ Pourquoi s'impose-t'elle
- ⑨ Un siècle passe
- ⑩ La géométrie projective/algébrique

Principales dates

- 1415 : Brunelleschi invente la perspective
- 1435 : Alberti publie *de pictura*
- 1482 : Piero della Francesca publie *de prospectiva pigendi*
- 1639 : Desargues invente la géométrie projective
- 1639 : Pascal rédige son *essai sur les coniques*
- 1822 : Poncelet pose les bases de la Géom. Alg. moderne

La perspective : définition et bref historique 1/3

La perspective ou projection centrale est la représentation sur un plan (le plan de l'observation) d'un objet tridimensionnel vu d'un "seul œil". En termes plus géométriques c'est l'intersection par un plan du cône dont le sommet est l'œil de l'observateur et dont la base est l'objet observé.



La perspective : définition et bref historique 2/3

Les règles de représentation vont être définies et affinées tout au long du XVe siècle essentiellement à Florence. Cette méthode dominera toute la peinture occidentale puis dès le début du XVIe sera contestée par les peintres, notamment par Léonard de Vinci, par les maniéristes, et disparaîtra ...



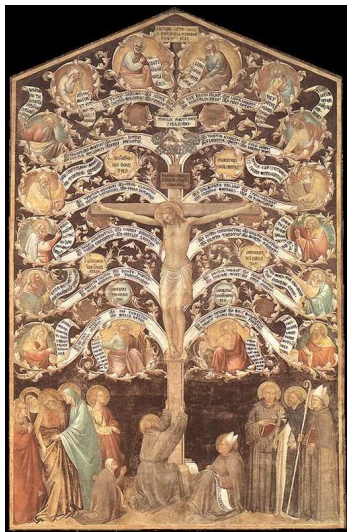
La perspective : définition et bref historique 3/3

Un siècle s'écoule (1540-1640) et la perspective centrale réapparaît en mathématique, en particulier dans un texte novateur de Desargues dans lequel la géométrie projective est inventée.



Avant la perspective (Fr. Yates) 1/3

Au Moyen-Âge l'art ne cherche pas à représenter le monde des hommes, la peinture est didactique, inspirée par les méthodes mnémoniques.



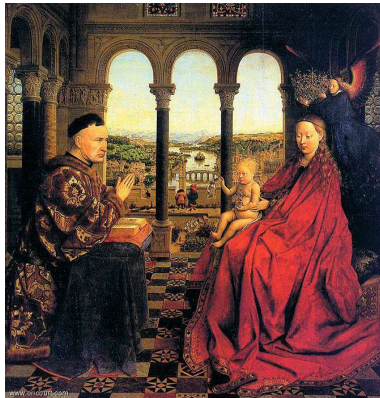
Avant la perspective 2/3

Avant Brunelleschi et le traité d'Alberti, quand les peintres déjà renaissants racontent une histoire dans un cadre, une fenêtre choisie. Mais quand la *diminution géométrique* n'est pas encore bien comprise.



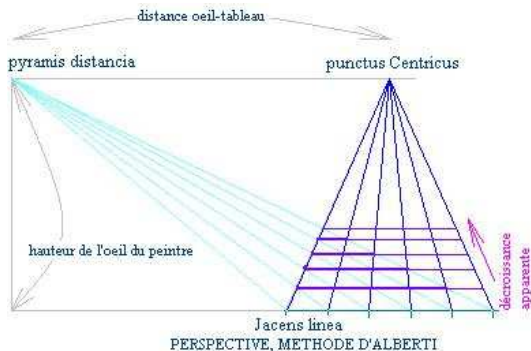
Avant la perspective 3/3

Sans autre méthode que le tâtonnement esthétique Van Eyck (1434, dit Jean de Bruges, inventeur de la peinture à l'huile) peint en perspective.



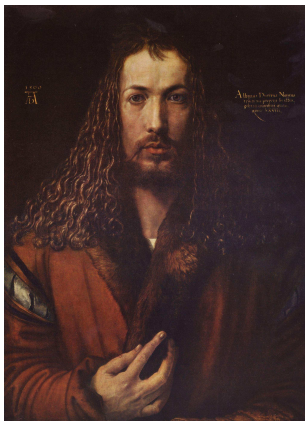
Traité théoriques sur la perspective 1/5

Le premier traité théorique (*de pictura* d'Alberti) exposant les principes de la projection centrale paraît en (1436). Point de fuite, point de distance pour calculer la diminution géométrique ... “Un tableau est une fenêtre à travers laquelle nous regardons une section du monde visible” (Alberti).



Traité théorique sur la perspective 2/5

Ceux de Piero della Francesca (vers 1475), Albrecht Dürer (1525) (*voie abrégée* rabattement du point de vue sur le côté du tableau), ou de Jean Pélerin (dit le Viator, 1505) en France mettent en pratique avec encore plus de maîtrise la formalisation géométrique.

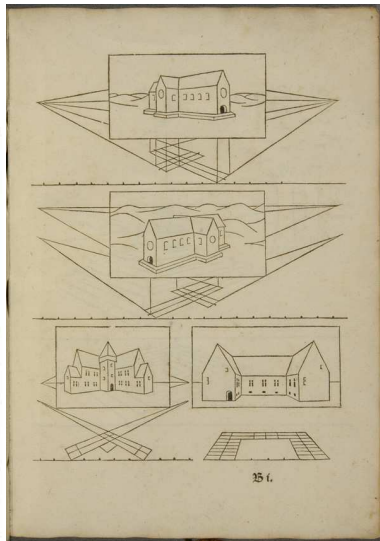
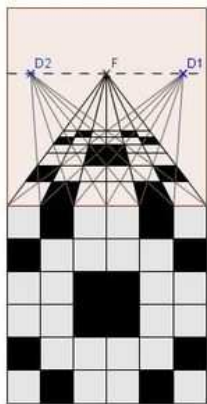


Traité théorique sur la perspective 3/5

La cité idéale, longtemps attribuée à Piero della Francesca.

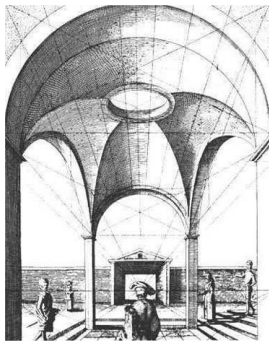


Traité théorique sur la perspective 4/5



Traité théorique sur la perspective 5/5

Cependant, les notions de point à l'infini et de plan projectif, ne seront théorisées qu'au cours du XVII^e siècle par le mathématicien français Girard Desargues. Avant d'accepter **l'infini** dans le tableau, le *point de fuite* était le *point central* et il faisait face à l'œil du peintre ou de l'observateur (coïncidait même comme dans la gravure de Hans Vredeman de Vries (page 27, (3))).



Les débuts : Brunelleschi (Santa Maria del Fiore) 1/8

La perspective ou projection centrale apparaît au début du XVe siècle à Florence. On peut dire qu'elle est *inventée* par Filippo Brunelleschi, sculpteur, architecte et horloger.



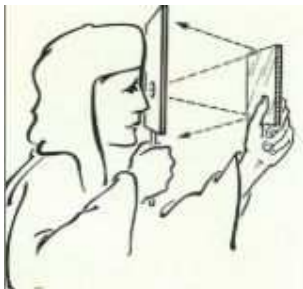
Les débuts : Brunelleschi 2/8

Il renonce à la sculpture et laisse le gain du concours des portes du baptistère à Ghiberti. Le sacrifice d'Isaac, la porte du concours.



Les débuts : Brunelleschi 3/8

Il aurait prouvé la justesse (la vérité) de cette méthode par ce procédé :



Les débuts : Masaccio et Donatello 4/8

En sculpture et en peinture les premiers à utiliser les mêmes méthodes que Brunelleschi sont ses deux amis Donatello et Masaccio (1425).



Les débuts : Donatello 5/8

La base du Saint-Georges (1417) est un bas-relief en perspective, suivant les méthodes de Brunelleschi.



Les débuts : Donatello 6/8

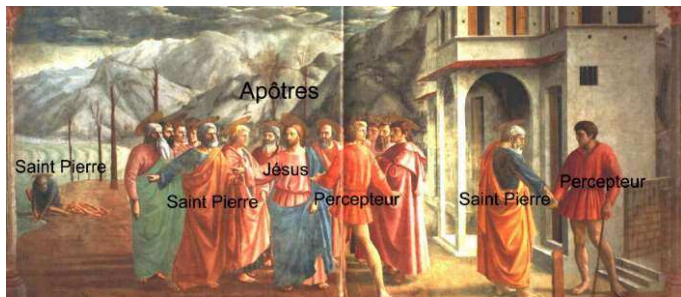
Le célèbre David et un autre bas-relief en perspective



Les débuts : Masaccio 7/8

S'il y a unité de lieu il n'y a pas encore unité de temps.

Le même personnage peut apparaître plusieurs fois comme Saint Pierre dans le *paiement du tribut* (chapelle Brancacci, 1426)



Les débuts : Masaccio 8/8

Adam et Eve sont chassés du paradis. Et la douleur qu'ils ressentent est représentée avec réalisme.



L'apothéose de la perspective 1/1

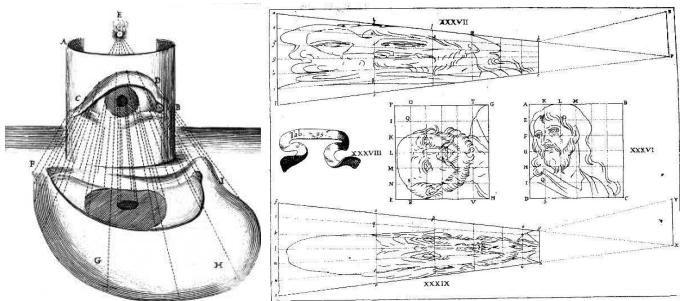
La perfection est atteinte avec Piero della Francesca, avec Raphaël.



Critiques de la perspective 1/3

Denis Favennec (*Douce perspective*) :

“Léonard de Vinci (Vinci, 1452- Amboise, 1519), critique les fondements optiques de la perspective. Poussée dans ses retranchements, là où elle s'éloigne le plus de la vision physiologique, la perspective engendre des monstres visuels comme les **anamorphoses**.”



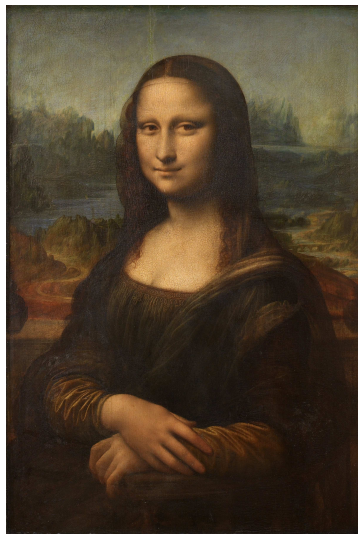
Critiques de la perspective 2/3

L'anamorphose la plus connue, peut-être, est celle du tableau "les ambassadeurs" de Holbein (peintre allemand 1497-1543).



Critiques de la perspective 3/3

Léonard de Vinci s'intéressera aux variations des couleurs selon l'éloignement, aux ombres sans bords bien définis.



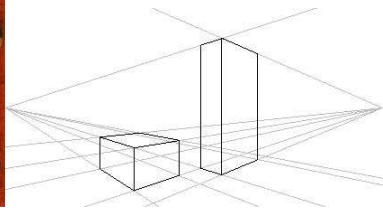
Autres perspectives : aérienne 1/7

À vol d'oiseau comme dans la peinture chinoise



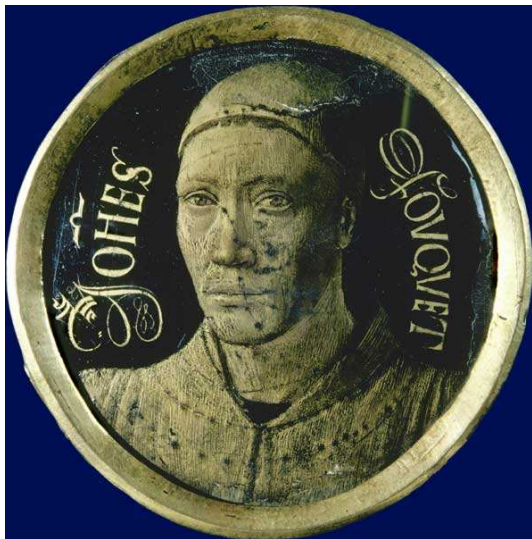
Autres perspectives : 2 points de fuite 2/7

Ou avec deux points de fuite comme chez Uccello, puisque nous avons deux yeux.



Autres perspectives : curviligne 3/7

Jean Fouquet (vers 1480) est un peintre français dont vous pouvez (re)découvrir les œuvres sur le site de la B.N.F.



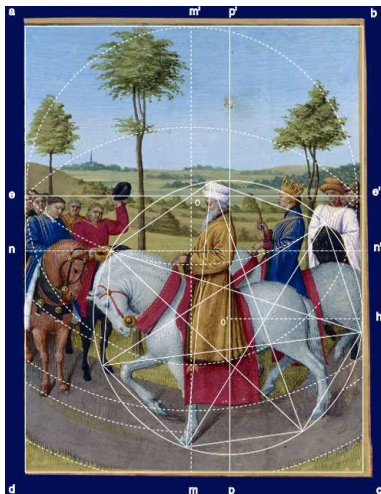
Autres perspectives : curviligne 4/7

Il est allé en Italie, connaît la perspective centrale



Autres perspectives : curviligne 5/7

Il est un peintre renaissant et utilise les mathématiques (pentagone section dorée, ...)



Autres perspectives : curviligne 6/7

Il cherche d'autres représentations : perspective curviligne. Il n'admet pas que toutes les droites de l'espace deviennent des droites du tableau.



Autres perspectives : curviligne 7/7

Et surtout il est l'auteur de ce portrait assez saisissant de la maitresse de Charles VII, Agnès Sorel, considérée comme la plus belle femme de son temps.



Pourquoi la perspective s'impose : Côme de Médicis 1/16

La perspective s'impose car c'est avant tout un choix politique de la part de Côme l'ancien



PPI : Côme de Médicis 2/16

De retour d'exil (1434) Côme choisit la "toscanita", la peinture sobre et républicaine de Fra Angelico et de Masaccio (**Trinité** 1425), inspirée par Giotto contre la peinture du peintre gothique international Gentile da Fabriano qu'avait choisie son rival Strozzi Palla, l'homme le plus riche de Florence.



PPI : Côme de Médicis 3/16



PPI : Côme de Médicis 4/16

Au moins en public car en privé il décore son Palazzo avec une adoration des mages très gothique.



PPI : Côme de Médicis 5/16

Côme soutient Fra Filippo Lippi (même quand ce dernier aura un enfant, Filippino Lippi, avec une nonne), Botticelli.



PPI : Côme de Médicis 6/16

Et quelques années plus tard c'est Vasari le peintre officiel de la cour du duc de Toscane Côme Ier qui écrira le premier livre d'histoire de l'art *les vies des grands peintres* dans lequel ne figurent que des Florentins.



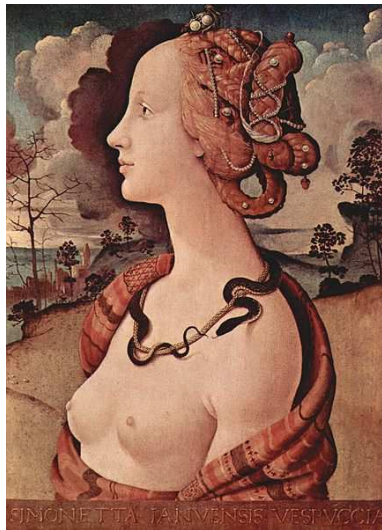
PPI : Cartographie et mesure 7/16

La perspective apparaît tandis que Florence est aussi un grand centre de cartographie.

Mesure du monde, mesure du temps (Brunelleschi est horloger).

Amerigo Vespucci est de Florence. Sa cousine est la célèbre **Simonetta Vespucci** beauté peinte par Boticelli et par Piero di Cosimo.

PPI : Cartographie et mesure 8/16



PPI : Utilisation astucieuse de la perspective 9/16

La maîtrise théorique de la perspective permet aux peintres et architectes de réaliser des trompe-l'œil.



PPI : Utilisation astucieuse de la perspective 10/16

La maîtrise théorique de la perspective permet aux peintres et architectes de réaliser des trompe-l'œil.



PPI : Utilisation astucieuse de la perspective 11/16

Le choix de la position du point central attire le regard du spectateur vers ce que le peintre juge primordial (la main dans le serment, la tête du Christ dans la cène de Léonard de Vinci).



PPI : Utilisation astucieuse de la perspective 12/16

Pour revenir à Léonard de Vinci, Daniel Arasse remarque que la cène est sa dernière œuvre en perspective ; déjà il s'en affranchit en plaçant la table des apôtres hors perspective.



PPI : Utilisation astucieuse de la perspective 13/16

On peut comparer sa cène avec celle d'Andrea del Castagno.



PPI : Utilisation astucieuse de la perspective 14/16

Dieu dans une représentation du monde (fini) des Hommes. “figurer (et non pas représenter) l’Incarnation par un désordre de la perspective”
(D.Arasse p. 78)



PPI : Utilisation astucieuse de la perspective 15/16

Le saint-Sebastien est mal proportionné ; il est beaucoup plus grand que ce qu'il devrait être dans la perspective proposée.



PPI : Utilisation astucieuse de la perspective 16/16

De plus il détermine la position du peintre, c'est-à-dire du spectateur virtuel. Et permet des points de vue très originaux.



Un siècle passe ...1/1

Pourquoi ce délai ? La notion d'INFINI est réservée au DIVIN

point central / point de fuite

“La géométrie projective repose sur un oubli du point de vue”

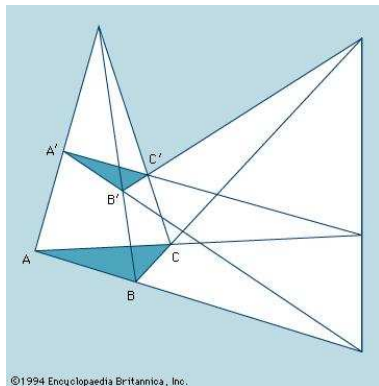


L'algèbre avec Jérôme Cardan domine ...

Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

Dans son ouvrage, intitulé *Brouillon project d'une atteinte aux evenements ds rencontres du Cone avec un Plan (1639)* et écrit pour des architectes, il parle de tronc, de feuilles, d'ordonnance de droites, de but de l'ordonnance...

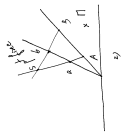
Il énonce et démontre le théorème qui porte son nom.



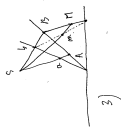
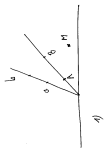
Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

Ce théorème des triangles perspectifs de Desargues permet de déterminer l'image d'un point mouvant.

Géométrie projective · Desargues Pascal, Poncelet

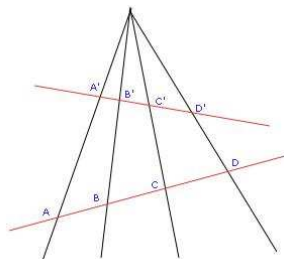


Les triangles abcm et A'B'C'
sont perspective



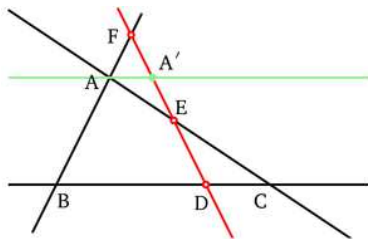
Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

Desargues en mettant en avant l'invariance par projection centrale de certaines propriétés (comme le birapport, l'alignement...), contrairement à d'autres (comme le rapport, les distances, ...) invente la géométrie projective. Le birapport de quatre points alignés A, B, C, D est le nombre $\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$.



Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

Il l'invente à partir des “classiques”, le traité des coniques d'Apollonius, le théorème de Ménélaüs (qui affirme que si D, E et F sont trois points des côtés (BC) , (AC) et (AB) d'un triangle ABC , alors D, E et F sont alignés si et seulement si $\frac{DB}{DC} \times \frac{EC}{EA} \times \frac{FA}{FB} = 1$) mais aussi en traduisant mathématiquement la perspective artistique.

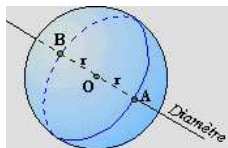


Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

La terminologie inhabituelle et qui lui valut de nombreux sarcasmes traduirait les problèmes de plongement du plan projectif réel, que Desargues aurait perçus.

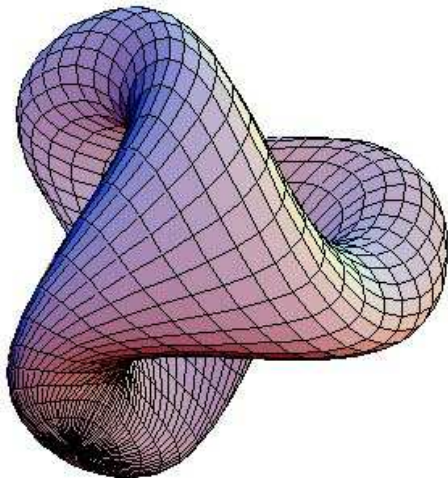
En effet celui-ci ne se plonge pas correctement dans l'espace. Son image dans l'espace est la **surface de Boy**.

Cette surface provient de l'identification des points antipodaires d'une sphère. L'horizon correspondant à l'image de l'équateur.



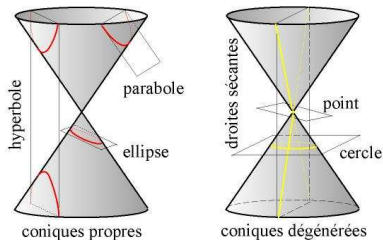
Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

Surface de Boy : $\mathbb{P}^2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$.



Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

La théorie unifiée des coniques comme sections planes du cône circulaire est l'œuvre du mathématicien grec Apollonius de Perge.



Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

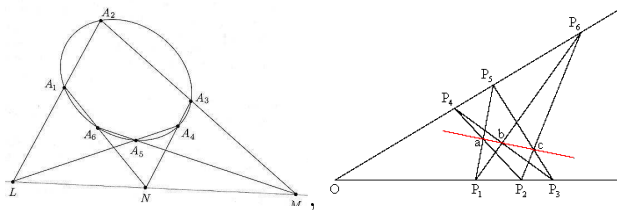
Mais Desargues s'affranchit de l'espace, c'est-à-dire d'un centre de projection pour travailler directement dans le plan projectif. Alors quitte à choisir une des droites (H) comme droite de l'horizon, une conique sera une

- ellipse, si elle ne coupe pas (H)
- parabole, si elle touche (H)
- hyperbole, si elle coupe (H).

Il est critiqué par Descartes mais soutenu par Fermat et inspirera Pascal.

Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

Blaise Pascal, inspiré par le texte de Desargues, rédige à l'âge de 16 ans un essai sur les coniques, dans lequel figure le théorème de l'*hexagramme mystique* qui généralise, aux coniques lisses, le théorème de Pappus (Alexandrie, vers 300 ap. JC).



Ce théorème inspire encore les travaux de mathématiciens aujourd'hui.

Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

Le graveur Abraham Bosse (1611-1678, voir expo BNF) qui a suivi son enseignement publie les résultats principaux du

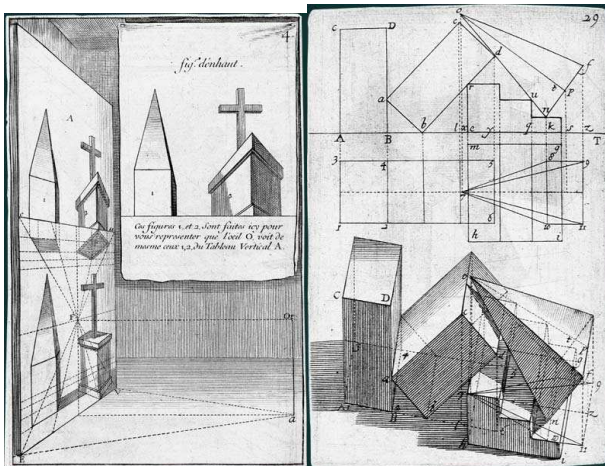
Brouillon project d'une atteinte aux evenements ds rencontres du Cone avec un Plan (1639).

avec de nombreuses illustrations.

Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

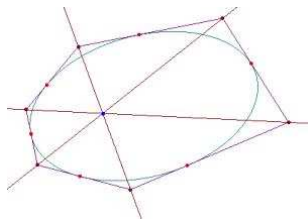


Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet



Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

Et puis la géométrie projective s'éteint sous les coups sévères de la géométrie analytique de Descartes et du calcul différentiel de Newton. Au début du XIX ième siècle, Brianchon, un élève de Monge à l'école Polytechnique prouve le théorème suivant



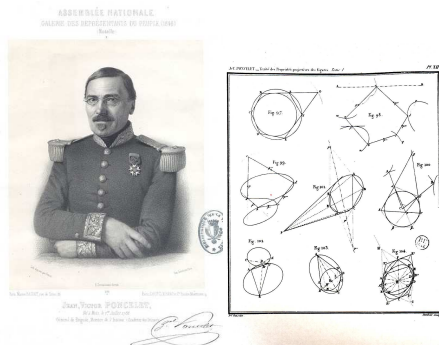
Ce n'est rien d'autre que le *dual* du théorème de Pascal !

Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

Mais il fallait avoir dégagé la notion de dualité projective :

Par deux points passent une unique droite
Deux droites s'intersectent en un point unique

C'est ce que fera Poncelet, lui aussi ancien étudiant de Monge et officier des armées de Napoléon Bonaparte.



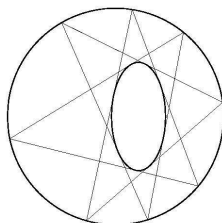
Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

Le 17 novembre 1812,

“Les hauteurs environnantes au pied desquelles marchait Napoléon, se chargeaient d’artillerie et pouvaient à chaque instant le foudroyer ; il y jette un coup d’œil et dit : “Qu’un escadron de mes chasseurs s’en empare!” Les Russes n’avaient qu’à se laisser rouler en bas, leur masse l’eût écrasé ; mais, à la vue de ce grand homme et des débris de la garde serrée en bataillon carré, ils demeurèrent immobiles, comme fascinés : son regard arrêta cent mille hommes sur les collines.”(Chateaubriand, m.o.t.)

Géométrie projective : Desargues, Pascal, Poncelet

Poncelet emprisonné pendant deux années à Saratov (de 1812 à 1814), ville russe sur la Volga, rédige l'ouvrage : *Traité des propriétés projectives des figures*, dans lequel apparaissent la dualité projective et le principe de continuité. La première explique Pascal/Brianchon, le second Pascal/Pappus. Dans cet ouvrage Poncelet démontre son grand théorème qui porte sur les polygones simultanément inscrits dans une conique et circonscrits à une autre ; C'est l'acte de naissance de la **géométrie algébrique moderne**.



Références des principaux ouvrages utilisés et cités

- ① Albert Flocon et René Taton, *La perspective*, coll. Que sais-je ?
- ② Daniel Arasse, *Histoires de peintures*, coll. Folio essais.
- ③ Denis Favennec assisté de Emmanuel Riboulet-Deyris, *Douce perspective*, coll. Ellipses

Le livre qui a motivé cet exposé est celui de Daniel Arasse. Les idées du *défaut volontaire* de perspective, de l'art de la mémoire comme clé permettant de comprendre les tableaux sans profondeur et garnis de scènes diverses sont celles qu'il y développe..