

Corrigé du devoir du 10 mars 2004

Christian La Borderie

ISA-BTP deuxième année

1 Sujet

Résoudre le problème donné sur la figure 1 :

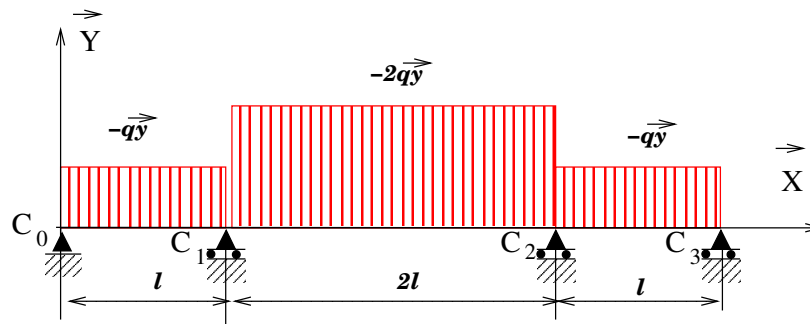


FIG. 1 – Poutre continue

- Inconnues hyperstatiques.
- Réactions d'appuis.
- Diagrammes des efforts tranchants et des moments fléchissants.

2 Correction

2.1 Décomposition du problème et solution des problèmes associés

Le problème est hyperstatique d'ordre 2, on le décompose suivant la méthode correspondant à la formule des trois moments en introduisant une rotule au droit des appuis intérieurs. Chaque problème est particulièrement simple, et les solutions sont données dans la table 1 :

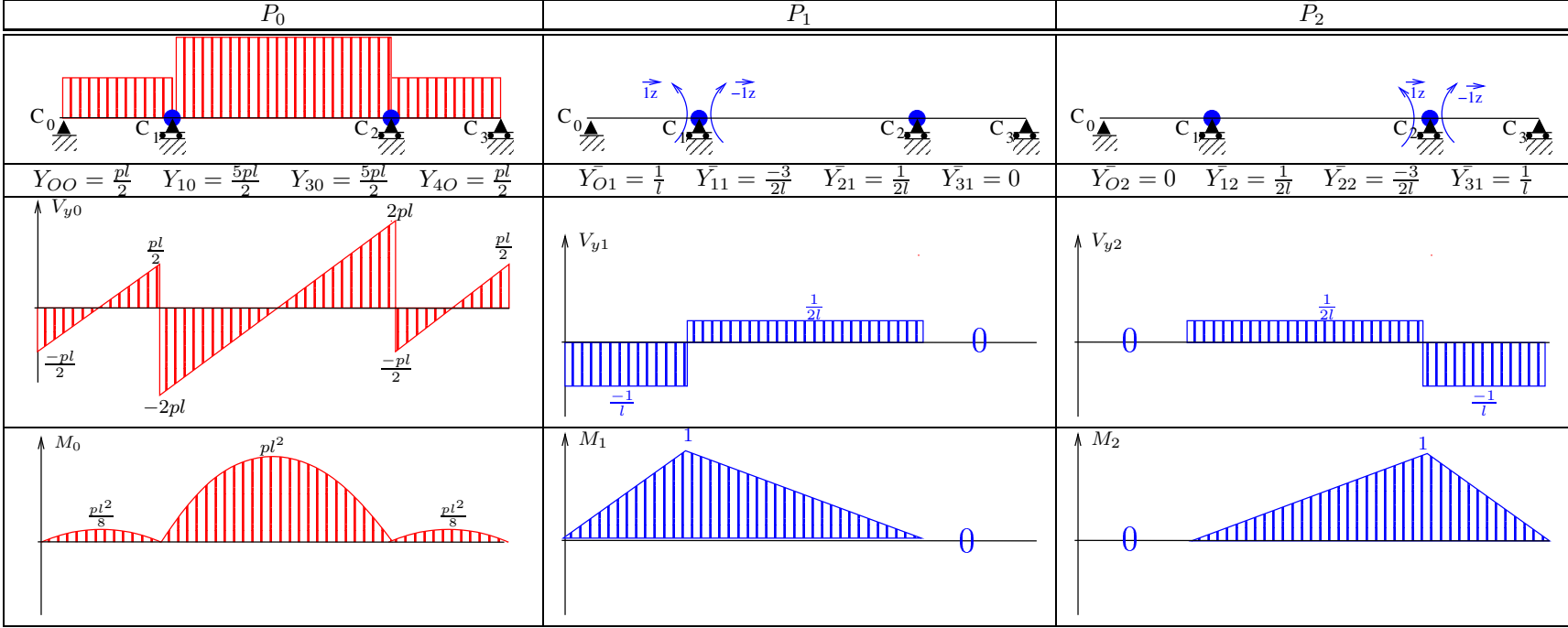
2.2 Calcul des inconnues hyperstatiques

Les intégrales sont obtenues simplement en se reportant aux valeurs données dans la table du cours :

$$\begin{aligned} \int M_0 \bar{M}_1 &= \frac{pl^2}{8} * 1 * \frac{l}{3} + pl^2 * \frac{2l}{3} = \frac{17pl^2}{24} & \int M_0 \bar{M}_2 &= \frac{17pl^2}{24} \\ \int \bar{M}_1 \bar{M}_1 &= \frac{l}{3} + \frac{2l}{3} = l & \int \bar{M}_1 \bar{M}_2 &= \frac{2l}{6} = \frac{l}{3} \\ \int \bar{M}_2 \bar{M}_2 &= l \end{aligned} \quad (1)$$

Les inconnues hyperstatiques X_1 et X_2 sont solution du système suivant :

$$\begin{aligned} lX_1 + \frac{l}{3}X_2 &= -\frac{17pl^3}{24} \\ \frac{l}{3}X_1 + lX_2 &= -\frac{17pl^3}{24} \end{aligned} \quad (2)$$



TAB. 1 – Problèmes et solutions

soit encore :

$$\begin{aligned} 3X_1 + X_2 &= -\frac{17pl^3}{8} \\ X_1 + 3X_2 &= -\frac{17pl^3}{8} \end{aligned} \quad (3)$$

La solution est évidente :

$$X_1 = X_2 = -\frac{17pl^3}{32} \quad (4)$$

2.3 Calcul des réactions d'appuis

Les valeurs des réactions d'appuis sont obtenues par superposition des problèmes. On a par exemple pour la variable Y_0 : $Y_0 = Y_{00} + \bar{Y}_{01}X_1 + \bar{Y}_{02}X_2$

On obtient donc :

$$\begin{aligned} Y_0 &= \frac{pl}{2} + \frac{1}{l} \frac{-17pl^2}{32} &= -\frac{pl}{32} \\ Y_1 &= \frac{5pl}{2} - \frac{3}{2l} \frac{-17pl^2}{32} + \frac{1}{2l} \frac{-17pl^2}{32} &= \frac{97pl}{32} \\ Y_2 & &= \frac{97pl}{32} \\ Y_3 & &= -\frac{pl}{32} \end{aligned} \quad (5)$$

2.4 Diagrammes des sollicitations

2.4.1 Effort tranchant

Le moyen le plus simple pour tracer le diagramme de l'effort tranchant est de calculer les valeurs de V_y aux appuis par superposition des valeurs trouvées dans chaque problème. On remarque que $V_y(C_0) = -Y_0$ que les discontinuités en C_1 et C_1 sont opposées aux réaction Y_1 et Y_2 et que $V_y(C_3) = Y_3$.

On remarque également que le diagramme possède une symétrie ponctuelle et que les pentes sont conformes aux charges réparties imposées.

Le diagramme est tracé pour une valeur de p positive (Figure 2)

2.4.2 Moment fléchissant

La charge étant uniformément répartie, le moment fléchissant varie de façon quadratique (paraboles). Les moments sont nuls aux appuis C_0 et C_3 valent X_1 et X_2 aux appuis C_1 et C_2 .

Dans la première travée, l'effort tranchant est presque nul en C_0 le moment est nul en C_0 et vaut $\frac{-17pl^2}{32}$ en C_1 .

Dans la deuxième travée, l'effort tranchant est nul au centre, la valeur correspondante du moment peut être obtenu facilement par superposition $M_f(M) = pl^2 + \frac{1}{2} \frac{-17pl^2}{32} + \frac{1}{2} \frac{-17pl^2}{32}$ soit $M_f(M) = \frac{15pl^2}{32}$

Le diagramme est symétrique.(Figure 2)

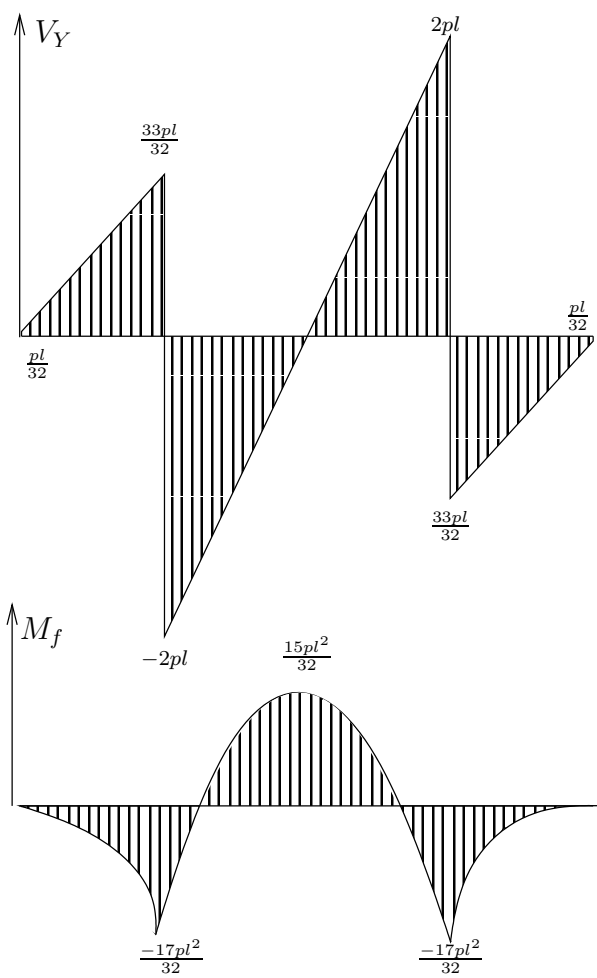


FIG. 2 – Diagrammes des sollicitations